

5.2 Zusatzaufgaben zur Kinematik der Rotation: LÖSUNGEN

Aufgabe 1:

Ein Radfahrer dreht seine Pedale (Abb.1) mit 100 Umdrehungen pro Minute. Der Radumfang beträgt 2100 mm, das Kurbelrad hat 50 Zähne, das Ritzel 12. Mit welcher Geschwindigkeit fährt der Freizeitsportler?



Abb.1: Kurbelrad mit Pedalen, Hinterrad mit Ritzel Quelle: granfondo-cycling.com

Lösung 1:

Geg.: $f = 100 \text{ U/min}$; $U = 2100 \text{ mm}$; $z_{zu} = 50$; $z_{ab} = 12$

Ges: $v = ?$

Lsg:

$$\omega_{\text{Pedal}} = \omega_{\text{Kurbelrad}} \quad (1)$$

$$\omega_{\text{Ritzel}} = \omega_{\text{Hinterrad}} \quad (2)$$

$$\omega_{\text{Kurbelrad}} / \omega_{\text{Ritzel}} = z_{zu} / z_{ab} \quad (3)$$

(Eine Umdrehung um Kurbelrad führt zu z_{zu}/z_{ab} Umdrehungen am Hinterrad.)

Aus (1), (2) und (3):

$$\omega_{\text{Hinterrad}} = (z_{zu} / z_{ab}) \cdot \omega_{\text{Pedal}}$$

$$v_{\text{Fahrrad}} = v_{\text{Hinterrad}}$$

$$= \omega_{\text{Hinterrad}} \cdot r_{\text{Hinterrad}}$$

$$= (z_{zu} / z_{ab}) \cdot \omega_{\text{Pedal}} \cdot r_{\text{Hinterrad}}$$

$$= (z_{zu} / z_{ab}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{Pedal}} \cdot r_{\text{Hinterrad}}$$

$$v_{\text{Fahrrad}} = (z_{zu} / z_{ab}) \cdot U_{\text{Hinterrad}} \cdot f_{\text{Pedal}} \quad (4)$$

$$= (50/12) \cdot 2100 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 100 \text{ U/min} \cdot 1/60 \text{ min/s}$$

$$= 14,58 \text{ m/s} \cdot 10^{-3} (\text{m/km}) \cdot 3600 (\text{s/h})$$

$$v_{\text{Fahrrad}} = \underline{52,50 \text{ km/h}}$$

Aufgabe 2:

Ein Fahrradprofi erreicht im Sprint eine Geschwindigkeit von 75 km/h.
Sein Kurbelrad hat 53 Zähne, sein Ritzel 11. Der Radumfang beträgt 2100 mm.
Welche Drehzahl muss der Profi aufbringen?

Lösung 2:

Geg.: $v = 75 \text{ km/h}$; $U = 2100 \text{ mm}$; $z_{zu} = 53$; $z_{ab} = 11$

Ges: $\omega_{\text{Pedal}} = ?$

Lsg:

Siehe Aufg. 1, Gleichung (4):

$$v_{\text{Fahrrad}} = (z_{zu}/z_{ab}) \cdot U_{\text{Hinterrad}} \cdot f_{\text{Pedal}}$$

$$f_{\text{Pedal}} = v_{\text{Fahrrad}} \cdot (z_{ab}/z_{zu}) \cdot 1/U_{\text{Hinterrad}}$$

$$= 75 \text{ km/h} \cdot 10^3 (\text{km/m}) \cdot 1/60 (\text{h/min}) \cdot (11/53) \cdot 1/2100 \text{ mm} \cdot 1/10^{-3} (\text{m/mm})$$

$$\underline{f_{\text{Pedal}} = 123,54 \text{ U/min}}$$

Aufgabe 3:

Der alte Lehrer gibt beim Fahrradfahren alles, um die maximale Geschwindigkeit für diese Schüleraufgabe zu ermitteln. Dabei schafft er 41,5 km/h, wobei er mit 112 Umdrehungen pro Minute pedaliert.

Das Kurbelrad hat 50 Zähne, der Radumfang beträgt 2100 m.

Wie viele Zähne hat das gewählte Ritzel?

Lösung 3:

Geg.: $v = 41,5 \text{ km/h}$; $U = 2100 \text{ mm}$; $z_{zu} = 50$; $f = 112 \text{ U/min}$

Ges: $z_{ab} = ?$

Lsg:

Siehe Aufg. 1, Gleichung (4):

$$v_{\text{Fahrrad}} = (z_{zu}/z_{ab}) \cdot U_{\text{Hinterrad}} \cdot f_{\text{Pedal}}$$

$$z_{ab} = (z_{zu}/v) \cdot U_{\text{Hinterrad}} \cdot f_{\text{Pedal}}$$

$$= \{50/[41,5 (\text{km/h}) \cdot 10^3 (\text{m/km})]\} \cdot 2100 \text{ mm} \cdot 10^{-3} (\text{m/mm}) \cdot 112 (\text{U/min}) \cdot 60 (\text{min/h})$$

$$\underline{z_{ab} = 17}$$